METEO FRANCE
Toujours un temps d'avance

Concours pour le recrutement :

- **De techniciens supérieurs de la météorologie de première classe, spécialité exploitation (concours externe et interne)**
- **De techniciens géomètres de l'Institut national de l'information géographique et forestière (concours externe)**
- **De techniciens supérieurs de la météorologie du cadre territorial de Nouvelle Calédonie, spécialité exploitation (concours externe et interne)**
- **D'agents contractuels, pour la station météorologique d'Hihifo (Wallis), spécialité exploitation**

Session 2014

Epreuve n° 2 : Mathématiques et Physique-chimie.

Durée : 3 heures **Coefficient : 5**

Cette épreuve est composée de deux parties :

Partie A : Mathématiques (10 points)

Partie B : Physique-chimie (10 points)

Documents joints : 2 Feuilles réponses

Les réponses de la partie A doivent être apportées sur la feuille-réponse **verte**.

Les réponses de la partie B doivent être apportées sur la feuille-réponse **jaune**.

L'utilisation d'une calculatrice de poche, standard, programmable, alphanumérique ou à écran graphique est autorisée, à condition que son fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante, ni de dispositif externe de stockage d'information (cartes, clés USB, etc....).
L'utilisation de toute autre documentation sur support papier ou électronique est strictement interdite

Consignes
Vous collerez l'étiquette *« candidat »* remise à votre arrivée sur la feuille-réponse Partie A - Mathématiques (feuille verte).
Vous recopierez le numéro de table indiqué sur l'étiquette « candidat » sur la feuille-réponse Partie B - Physique-Chimie (feuille jaune).

Cette épreuve comporte 12 pages (celle-ci non incluse) numérotées de 1 à 12.

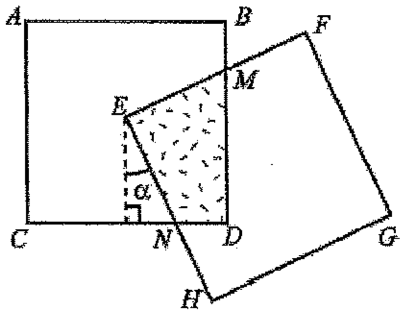
Ecole Nationale de la Météorologie
Météo-France, établissement public administratif
www.enm.meteo.fr

Partie A - Mathématiques

Le sujet est un QCU, questionnaire à choix unique, composé de 12 exercices indépendants.
Une seule réponse est exacte par item.
Les résultats doivent être portés sur la feuille réponse verte fournie avec le sujet.

Elément du barème :
-Toute réponse illisible, fausse ou multiple sera pénalisée
-Les exercices restés sans réponse ne seront pas prises en compte

1- On considère la figure ci-dessous, composée de deux carrés *ABDC* et *EFGH* de même côté $2a$, E étant le centre du carré *ABDC* et $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$:



On note $P(\alpha)$ le périmètre et $A(\alpha)$ l'aire de *ENDM*.

a) $P(\alpha) = 2a\left(1 + \dfrac{1}{\cos\alpha}\right)$ et $A(\alpha) = a^2$

b) $P(\alpha) = 2a\left(1 + \dfrac{1}{\cos\alpha}\right)$ et $A(\alpha) = a^2 \sin\alpha$

c) $P(\alpha) = 2a(1 + \cos\alpha)$ et $A(\alpha) = a^2$

d) $P(\alpha) = 2a(1 + \cos\alpha)$ et $A(\alpha) = a^2 \sin\alpha$

2- Pour tous nombres réels positifs a et b on a :

a) $\sqrt{a} \le a \le a^2$ et $ab \le \dfrac{1}{2}\left(a^2 + b^2\right)$

b) $ab \le \dfrac{1}{2}\left(a^2 + b^2\right)$ et (si $1 \le a < b$ alors $\sqrt{b} - \sqrt{a} < b - a$)

c) (si $0 < a < b \le 1$ alors $\sqrt{b} - \sqrt{a} < b - a$) et (si $0 < a < b$ alors $\dfrac{1}{2\sqrt{b}} < \sqrt{b} - \sqrt{a} < \dfrac{1}{2\sqrt{a}}$)

d) (si $1 \le a < b$ alors $\sqrt{b} - \sqrt{a} < b - a$) et (si $0 < a < b$ alors $\dfrac{1}{2\sqrt{b}} < \sqrt{b} - \sqrt{a} < \dfrac{1}{2\sqrt{a}}$)

3- Les fonctions f et g sont définies par : $f(x) = xe^{1-x^2}$ et $g(x) = ax^2 + bx$ et admettent respectivement (C_f) et (C_g) pour courbes représentatives. On cherche tous les couples de réels (a, b) tels que (C_f) et (C_g) aient la même droite tangente au point d'abscisse $x = 1$.

a) Si (a, b) est une solution, alors $2a + b = 2$.

b) Le couple (1, 0) est solution.

c) Tout couple (a, b) tel que $2a + b = -1$ est solution.

d) Le couple (-2, 3) est l'unique solution.

4- Soit $f(x) = 2\cos^2 x - \sin x - 1$.

On désigne par E l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < 0$.

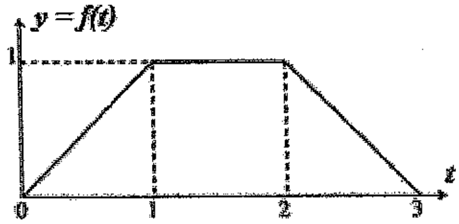
a) $E = \left]\frac{\pi}{6}, +\infty\right[$.

b) $E = \left]\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right[$.

c) $E = \left]\frac{-11\pi}{6} + 2k\pi, \frac{-7\pi}{6} + 2k\pi\right[, k \in \mathbb{Z}$.

d) $E = \left]\frac{-7\pi}{6} + 2k\pi, \frac{\pi}{6} + 2k\pi\right[, k \in \mathbb{Z}$.

5- Soit la fonction f dont une représentation graphique est :



Soit F la fonction définie sur $I = [0, +\infty[$ par : $F(x) = \int_0^x f(t)dt$.

a) (si $x \geq 3$ alors $F(x) = 3$) et F est décroissante sur [2 ; 3].

b) (si $x \in [0;1]$ alors $F(x) = \frac{x^2}{2}$) et F est décroissante sur [2 ; 3].

c) (si $x \in [0;1]$ alors $F(x) = \frac{x^2}{2}$) et (si $x \geq 3$ alors $F(x) = 3$).

d) (si $x \in [0;1]$ alors $F(x) = \dfrac{x^2}{2}$) et (si $x \in [1;2]$ alors $F(x) = x - \dfrac{1}{2}$).

6- Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et E l'équation d'inconnue le nombre complexe z définie par : $\left(\dfrac{z-1}{z+1}\right)^n = 1$.

a) Si α est solution de E alors $|\alpha - 1| = |\alpha + 1|$ et α est réel.

b) Si α est solution de E alors $|\alpha - 1| = |\alpha + 1|$ et il existe $\theta \in \left]0, 2\pi\right[$ tel que $\dfrac{\alpha - 1}{\alpha + 1} = e^{i\theta}$.

c) Si α est solution de E alors il existe $\theta \in \left]0, 2\pi\right[$ tel que $\alpha = \dfrac{1 + e^{i\theta}}{1 - e^{i\theta}}$ et tel que $\alpha = i \tan \dfrac{\theta}{2}$.

d) Si α est solution de E alors il existe $\theta \in \left]0, 2\pi\right[$ tel que $\dfrac{\alpha - 1}{\alpha + 1} = e^{i\theta}$ et tel que $\alpha = i \tan \dfrac{\theta}{2}$.

7- Le plan complexe P est muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Soit f l'application de P dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' défini par : $z' = \dfrac{2z+1}{z-1}$.

a) f admet un unique point invariant.

b) L'ensemble E des points M tels que z' est réel est l'axe des abscisses.

c) L'ensemble F des points M tels que z' est imaginaire pur est contenu dans un cercle.

d) L'ensemble F des points M tels que z' est imaginaire pur est le cercle d'équation :

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}.$$

8- On considère (v_n) la suite définie par $v_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 2v_n + 1$ et (z_n) la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N}$, $z_n = v_n + 1$.

a) La suite (z_n) est arithmétique.

b) La suite (v_n) converge vers 2.

c) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} z_k = 2^{n+2} - 2$.

d) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} v_k = 2^{n+2} - n - 2$.

9- On considère (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 3 \times \sqrt{u_n}$.

a) La suite (u_n) est décroissante et majorée par 9.

b) La suite (u_n) est décroissante et il existe une suite (α_n) telle que : $u_n = 3^{\alpha_n}, \forall n \in \mathbb{N}$.

c) La suite (v_n) définie par $v_n = \ln(u_n) - \ln 9$ est arithmétique et $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 9$.

d) Il existe une suite (α_n) telle que : $u_n = 3^{\alpha_n}, \forall n \in \mathbb{N}$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 9$.

10- Une urne contient 3 boules blanches et 2 boules rouges. On extrait successivement et avec remise 3 boules de l'urne. On désigne par p la probabilité associée, par X la variable aléatoire égale au nombre de boules rouges tirées et par $E(X)$ l'espérance mathématique de X.

a) $p(X=2) = \dfrac{18}{125}$ et $E(X) = 1{,}2$.

b) $E(X) = 1{,}2$ et $p(X \geq 1) = \dfrac{98}{125}$.

c) La loi de X est une loi uniforme et $E(X) = 1{,}2$.

d) $p(X=2) = \dfrac{18}{125}$ et $p(X \geq 1) = \dfrac{98}{125}$.

11- Deux candidats (A et B) sont en lice pour la prochaine élection. Un sondage donne A gagnant avec 55% des voix contre 45% à son adversaire. On suppose que 250 personnes ont été sondées.
Soit I l'intervalle de confiance pour la proportion de votants en faveur de A, au seuil de 95%.

a) $I = \left[0{,}55 - 1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}55 \times 0{,}45}{250}} ; 0{,}55 + 1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}55 \times 0{,}45}{250}}\right]$.

b) $I = \left[0{,}55 - 2{,}57\sqrt{\dfrac{0{,}55 \times 0{,}45}{250}} ; 0{,}55 + 2{,}57\sqrt{\dfrac{0{,}55 \times 0{,}45}{250}}\right]$.

c) $I = \left[0{,}55 - 1{,}96\sqrt{\dfrac{1}{250}} ; 0{,}55 + 1{,}96\sqrt{\dfrac{1}{250}}\right]$.

d) $I = \left[0{,}55 - \sqrt{\dfrac{1}{250}} ; 0{,}55 + \sqrt{\dfrac{1}{250}}\right]$.

12- Dans l'espace, muni d'un repère orthonormal $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère le plan P d'équation cartésienne $x-y-2z+1=0$ et la droite d admettant la représentation paramétrée suivante :

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-t \\ z=4+3t \end{cases} \text{ où } t \text{ est un réel quelconque}$$

a) La droite d est parallèle à P.

b) Le plan contenant et perpendiculaire à d P admet pour équation : $x+y+1=0$.

c) Le plan contenant d et parallèle à P admet pour équation : $-x+y+2z-5=0$.

d) Le plan d'équation : $3x+2y+z-5=0$ est perpendiculaire à P.

Partie B – Physique - Chimie

Le sujet est un QCU, questionnaire à choix unique, composé de cinq exercices indépendants comprenant chacun 1 à 4 questions. Chaque question a une réponse exacte et une seule.

Vous porterez votre réponse en cochant la case correspondant à votre choix sur la feuille-réponse distribuée avec le sujet.

Elément de barème :

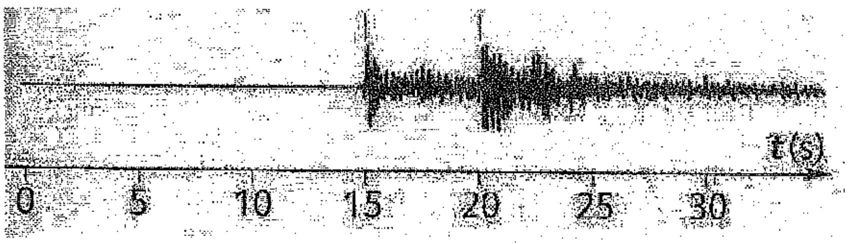
- Toute réponse illisible, fausse ou multiple sera pénalisée.
- Les questions restées sans réponse ne seront pas prises en compte.

Exercice 1 :

Un séisme a lieu à 10h56 min 5s à son épicentre. Un sismogramme correspondant a été enregistré à la distance D = 90,0 km de l'épicentre du séisme.
Lors d'un séisme, on distingue :

- les ondes P : elles sont les plus rapides et se propagent dans les solides et les liquides
- les ondes S : elles sont moins rapides et ne se propagent que dans les solides.

Sismogramme obtenu (l'origine du repère (t=0s) a été choisie à la date du début du séisme) :



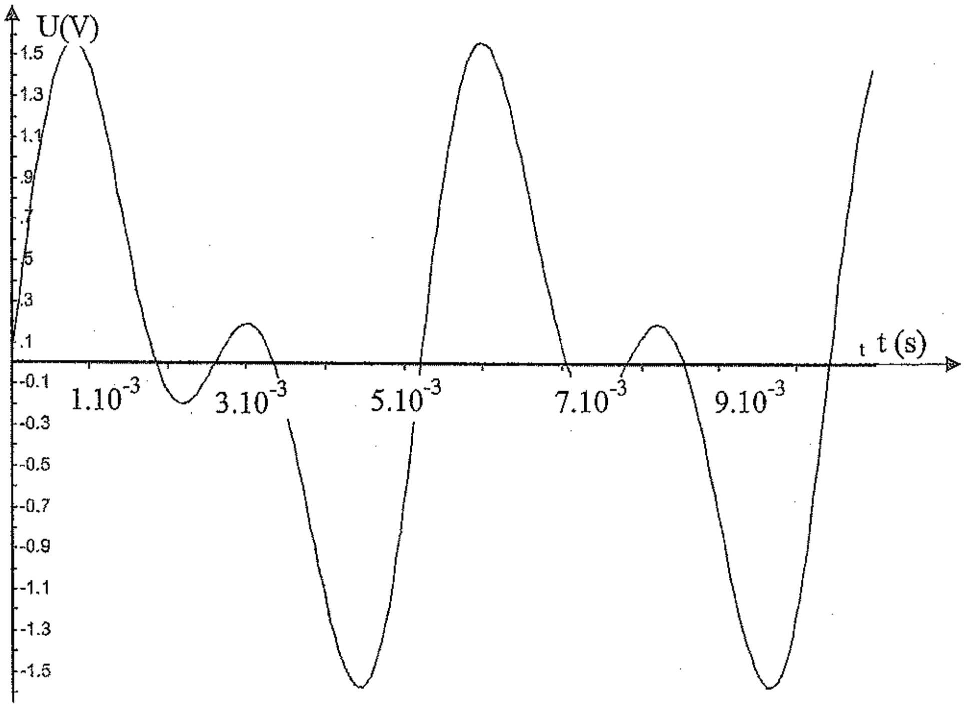
1- Déterminer la célérité de chaque onde.

On obtient, **(question 1)**

	A	B	C	D
c(ondes P) =	$1,7.10^{-3}$ km.h^{-1}	$2,2.10^{4}$ km.h^{-1}	4,5 km.s^{-1}	$2,2.10^{1}$ km.h^{-1}
c(ondes S) =	$1,3.10^{-3}$ km.h^{-1}	$1,6.10^{4}$ km.h^{-1}	6,0 km.s^{-1}	$1,6.10^{1}$ km.h^{-1}

Exercice 2 :

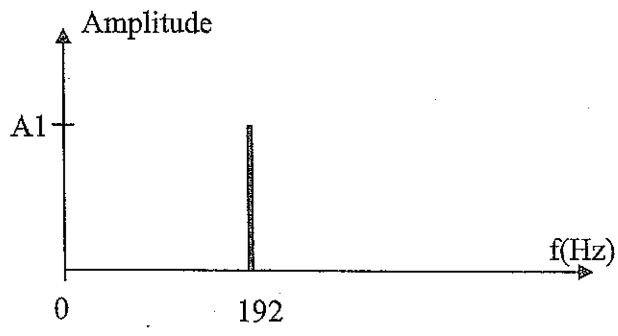
Le son émis par un instrument est enregistré et analysé. Voici son signal :



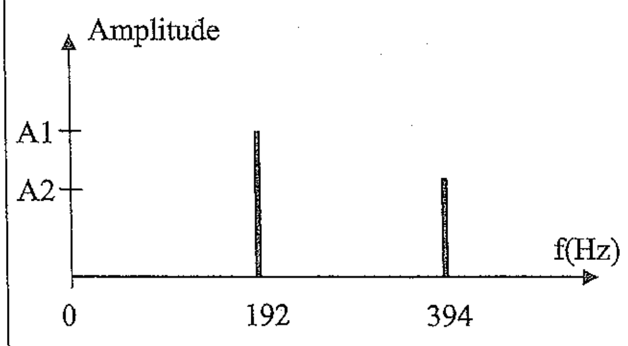
1- Retrouver le spectre correspondant :

On obtient, **(question 2)**

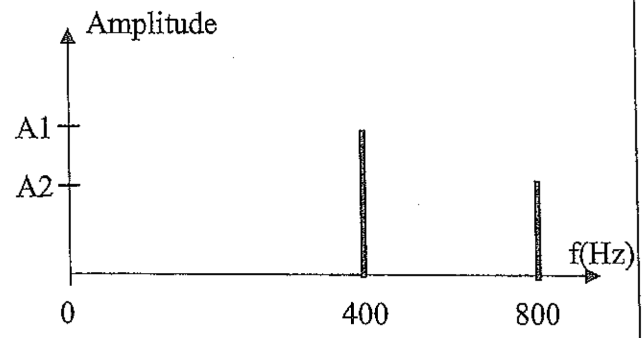
A



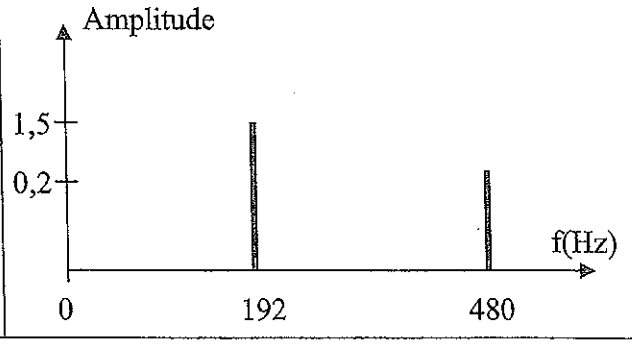
B



C



D



Un message sonore de 3 minutes est enregistré à partir d'un ordinateur doté d'un microphone et d'une carte d'acquisition assurant l'échantillonnage du signal d'entrée à la fréquence fe= 44,1kHz et la quantification (ou résolution) sur 16 bits. L'amplitude du signal d'entrée varie dans un intervalle de - 5,0V à + 5,0 V.

2- Calculer la taille, en bits, du message sonore numérisé lors de son enregistrement dans la mémoire de l'ordinateur.

On obtient, **(question 3)**

A	B	C	D
7938000	127008000	132300	2116800

3- Le pas de quantification du convertisseur permet de déterminer le niveau relatif d'un signal parasite qui viendrait se superposer au signal d'entrée. Déterminer le niveau de tension maximum qui n'entraine pas de changement sur le mot binaire en sortie du convertisseur.

On obtient, **(question 4)**

A	B	C	D
$1{,}53.10^{-4}$ V	$7{,}63.10^{-5}$ V	0,625 V	0,313V

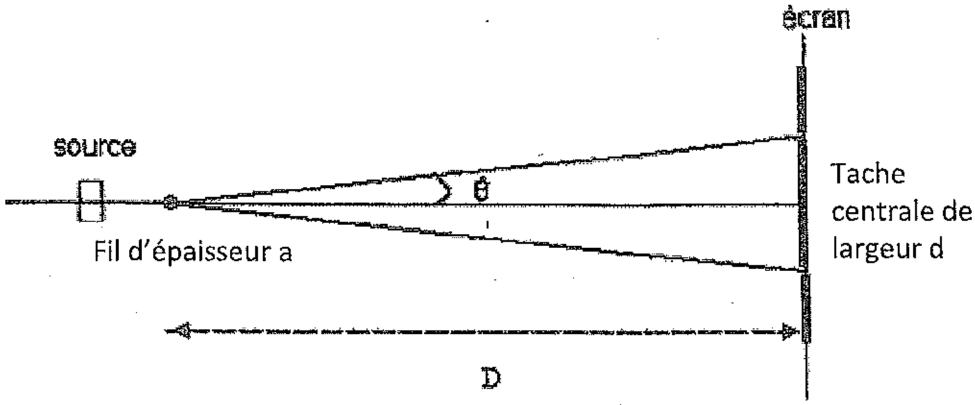
4- Les échantillons du message numérisé sont encapsulés dans un fichier au format Wave. La taille occupée sur le disque dur vaut 82 Mo. Combien de temps faut-il pour transmettre ce fichier sur une liaison ADSL dont le débit moyen est de 6,0 Mbit/s ?

On obtient, **(question 5)**

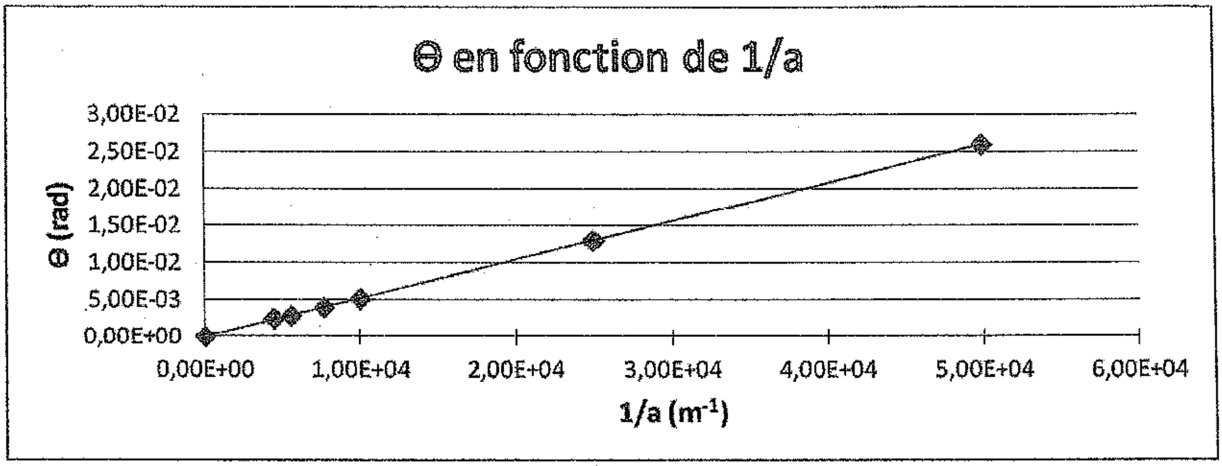
A	B	C	D
14 s	$1{,}1.10^{2}$ s	$1{,}1.10^{5}$s	1,1 s

Exercice 3 :

On souhaite déterminer l'épaisseur d'un fil d'araignée à l'aide du phénomène de diffraction.
Un laser émettant une lumière monochromatique de longueur d'onde λ=512 nm, envoie un faisceau sur le fil d'araignée d'épaisseur a.
Une figure de diffraction est observée sur un écran situé à une distance D = 2,50m du fil.
Cette figure contient une tache centrale de largeur $d = 3{,}2.10^{-1}$ m.
Schéma du montage :



Graphique représentant l'angle de diffraction Θ en fonction de l'inverse de a :



1- Déterminer la valeur de l'angle de diffraction Θ en radian, lorsque le fil d'épaisseur inconnue est placé devant le laser.

On obtient, **(question 6)**

A	B	C	D
$\Theta = 7{,}8$	$\Theta = 1{,}3.10^{-1}$	$\Theta = 1{,}6\ .10^{-1}$	$\Theta = 6{,}4.10^{-2}$

2- Déterminer l'épaisseur a du fil :

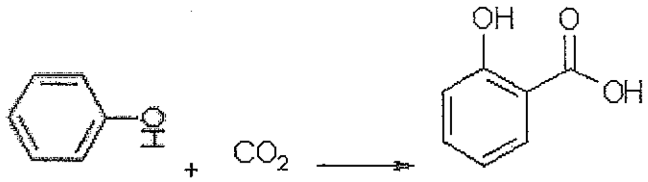
On obtient, **(question 7)**

A	B	C	D
$a = 3{,}2.10^{-6}$	$a = 8{,}0.10^{-6}$	$a = 3{,}9.10^{-6}$	$a = 1{,}3.10^{5}$

Exercice 4 :

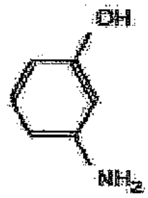
Afin de valoriser le dioxyde de carbone CO_2, celui-ci peut être utilisé comme réactif lors de la synthèse de l'acide salicylique. Il réagit avec le phénol.

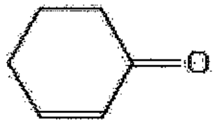
Cette réaction a lieu à 150°C environ et sous une pression de 10 bar. On considère que la réaction est totale.



La masse d'acide salicylique synthétisée par an dans le monde est de $7{,}0.10^4$ tonnes.
Masses molaires atomiques : $M(\text{H}) = 1{,}0\ \text{g·mol}^{-1}$ $M(\text{C}) = 12{,}0\ \text{g·mol}^{-1}$ $M(\text{O}) = 16{,}0\ \text{g·mol}^{-1}$

1-Attribuer les spectres RMN aux espèces suivantes (elles sont en phase liquide) :

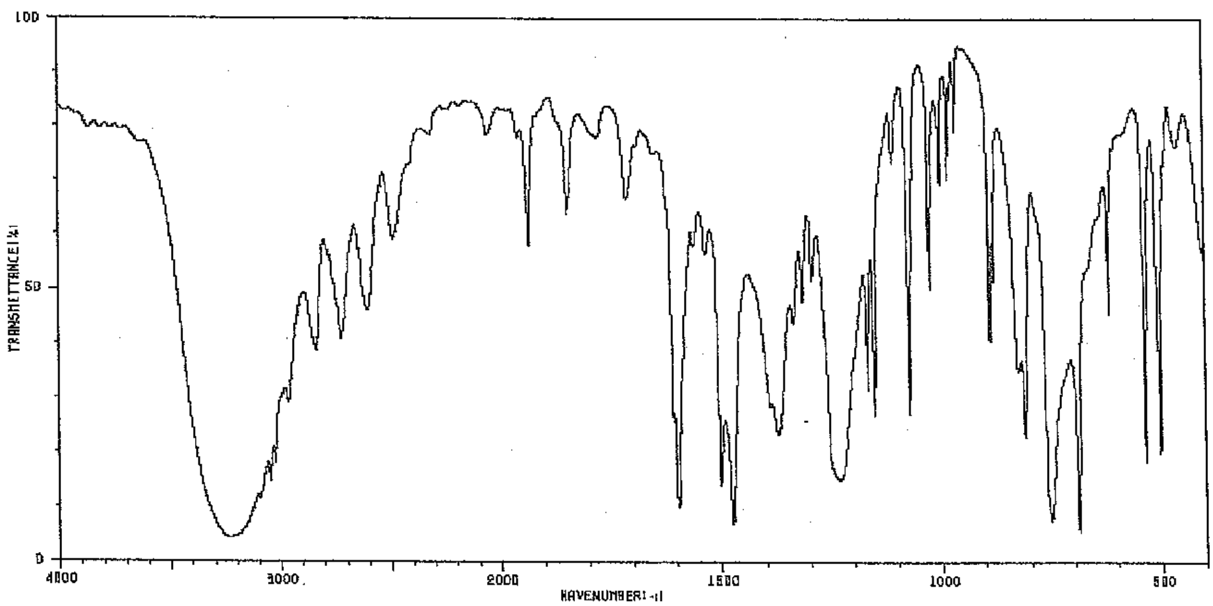
Espèce a : 

Espèce b : 
Espèce c : 

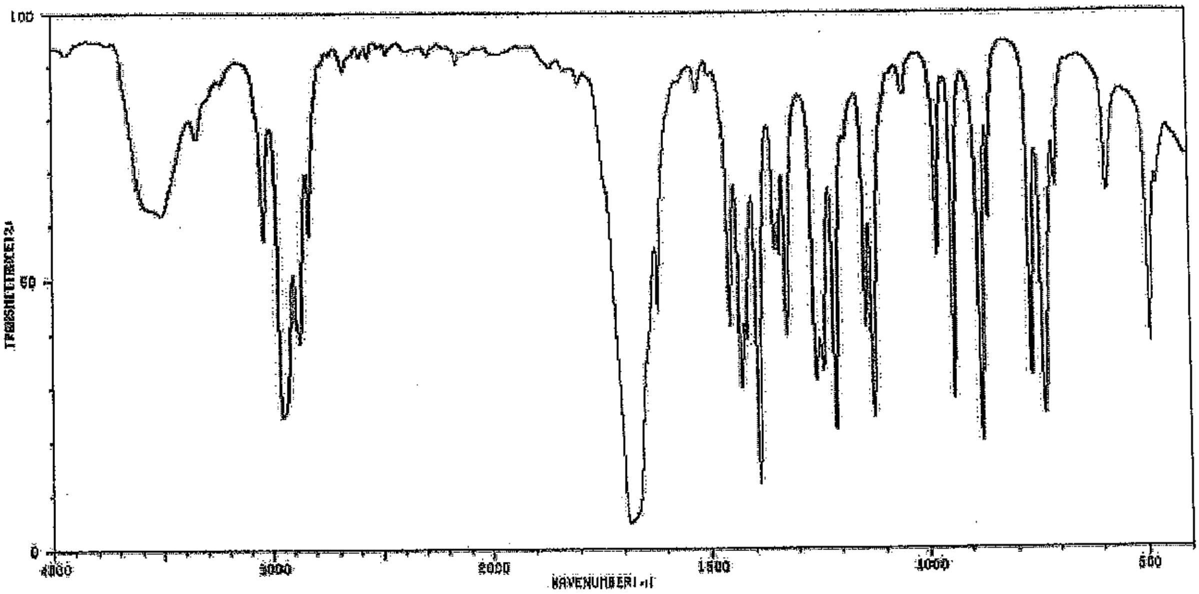
Données :

Groupe caractéristique	Bandes caractéristiques en IR (cm^{-1})
Liaison C-H	2800 – 3000
Liaison double C=C	1625 – 1685
Amine -NH	3100 – 3500 (souvent 2 bandes) 1560 – 1640 (large)
Liaison O-H	Alcool libre 3580 – 3670 Alcool lié 3200 – 3400
Carbonyle, liaison =O	1650 - 1730

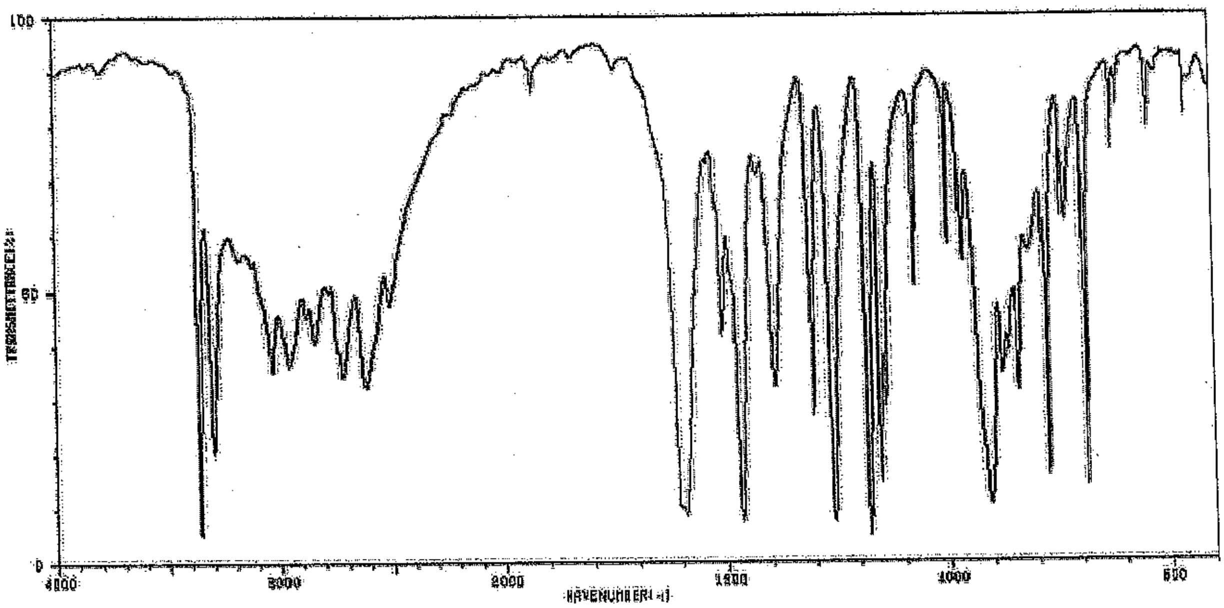
Spectre 1 :



Spectre 2 :



Spectre 3 :



On obtient, **(question 8)**

A	B	C	D
Espèce a : spectre 1 Espèce b : spectre 2 Espèce c : spectre 3	Espèce a : spectre 3 Espèce b : spectre 1 Espèce c : spectre 2	Espèce a : spectre 3 Espèce b : spectre 2 Espèce c : spectre 1	Espèce a : spectre 1 Espèce b : spectre 3 Espèce c : spectre 2

2- Déterminer la masse de CO_2 valorisée par an dans le monde

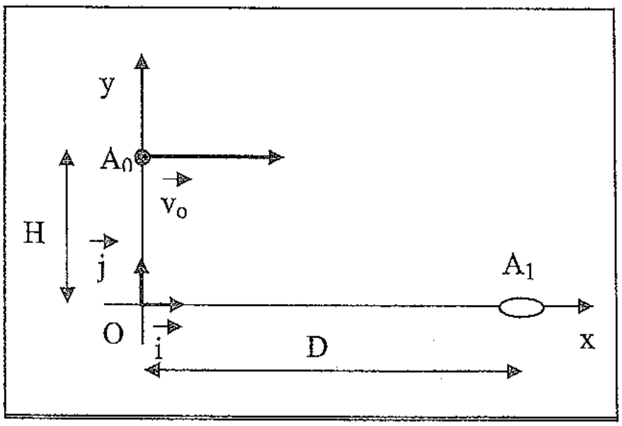
On obtient, **(question 9)**

A	B	C	D
$m(CO_2) = 2{,}2$ t	$m(CO_2) = 2{,}2\ 10^1$ t	$m(CO_2) = 2{,}2.10^5$ t	$m(CO_2) = 2{,}2.10^4$ t

Exercice 5 :

Une balle est lancée, à une hauteur H = 2,0 m du sol, avec une vitesse initiale horizontale v_0, afin d'atteindre une cible posée sur le sol, en A_1, à une distance D = 6,0 m de O.
On suppose que le mouvement de la balle se fait sans frottement. On pourra modéliser la balle par un point matériel A de masse m_A = 58,0 g. L'intensité de la pesanteur g = 9,81 N. kg^{-1}.

Schéma :



1- Déterminer les coordonnées du vecteur position $\vec{OA}$ du centre de la balle.

On obtient, **(question 10)**

A	B	C	D
x(t)= v_0 t + D y(t) = $-\frac{1}{2}gt^2 + H$	x(t)= v_0 t y(t) = $+\frac{1}{2}gt^2 + H$	x(t)= v_0 t y(t) = $-\frac{1}{2}gt^2 + H$	x(t)= v_0 t y(t) = $+\frac{1}{2}gt^2$

2-Déterminer la valeur que doit avoir la vitesse initiale v_0 de la balle afin qu'elle atteigne la cible.

On obtient, **(question 11)**

A	B	C	D
v_0 = 9,4 $m.s^{-1}$	v_0 = $3,38.10^1$ $km.h^{-1}$	v_0 = 2,6 $km.h^{-1}$	v_0 = $8,8.10^1$ $m.s^{-1}$

3-Déterminer le travail du poids de la balle lorsqu'elle se déplace de A_0 jusqu'à A_1.

On obtient, **(question 12)**

A	B	C	D
W = -3,6 J	W= 1,1 J	W = 3,6 J	W = 3,4 J